

SADZBA AKTUÁRSKÝCH SYMBOLOV V SYSTÉME \LaTeX

ALEŠ KOZUBÍK (SK)

Abstrakt. Aktuárske vedy je možné stručne charakterizovať ako špecifické aplikácie matematiky a ostatných prírodných, technických a ekonomických vied v oblasti poisťovníctva. Ako taká má svoju vlastnú symboliku, ktorá sa nie vždy zhoduje so symbolikou bežnou v matematike. Svedčí o tom už samotný fakt existencie piatich rozličných pozícií pre vyznačovanie rôznych vlastností poistenia alebo vodorovné odsúvanie indexov a ich zarovnanie na rôznych pozíciách pre odlíšenie typu poistenia. To prináša nové požiadavky na matematickú sadzbu. V príspevku bude predstavený balíček `actuarialsymbol`, ktorý prináša vhodné riešenia.

Kľúčové slová. aktuárske vedy, sadzba,

TYPESET OF THE ACTUARIAL SYMBOLS IN \LaTeX

Abstract. Actuarial sciences one can briefly characterize as specific applications of mathematics, natural, technical and economic sciences in the field of insurance. As such, it has its own symbolism, which does not always coincide with the symbolism commonly used in mathematics. This is evidenced by the very existence of five different positions for indicating different characteristics of insurance or horizontal shift of indices and their alignment in different positions to differentiate the type of insurance. This brings new requirements for mathematical typesetting. In this paper, the actuarial symbol package will be introduced, bringing appropriate solutions.

Keywords. actuarial sciences, typeset,

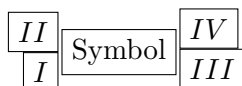
Úvod

Pre nezainteresovaných čitateľov treba hneď na úvod objasniť pojmy ako *aktuár* a *aktuárske vedy*. Ide o špecifickú oblasť aplikovanej matematiky v oblasti poisťovníctva. Medzinárodná asociácia aktuárov na svojich webových stránkach [5] charakterizuje profesiu aktuára ako *vysoko kvalifikovaného odborníka, ktorý analyzuje finančný dopad rizika na organizácie, ako sú poisťovne, správcovia dôchodkových fondov a pod. Na základe prísnych štandardov praxe uplatňuje svoje matematické znalosti na predikciu a minimalizáciu finančného dopadu neistoty*. Práve v táto multioborová kombinácia vedných disciplín so sebou prináša celý rad rozličných symbolík, ktoré je potrebné vhodne skombinovať a zosúladiť ich do zmysluplného celku.

Podrobný výklad bežne používaných symbolov je možné nájsť v učebniciach [2] alebo [1]. My si v nasledujúcom odstavci predstavíme len jej najzákladnejšie princípy tak, aby sme pochopili určité odlišnosti od bežnej matematickej sadzby v systéme \LaTeX , ktorá je popísaná napr. v [4] alebo [3]. Tak ako pri každej odlišnosti od štandardu má užívateľ dve možnosti. Buď bude všetky odchýlky riešiť sám, prostredníctvom vlastných makier, alebo využije dostupný balíček. Ako druhú alternatívu si predstavíme balíček `actuarialsymbol`, ktorý je určený pre sadzbu aktuárskych symbolov.

1. Základy aktuárskej symboliky

Aktuárske symboly sa vždy skladajú zo základného symbolu, ktorým je jednotlivé písmeno, určujúce obvykle druh poistky. Tento základný symbol potom je kombinovaný s pomocnými symbolmi, ktoré sa rozmiestňujú na 4 indexových pozíciách podľa nasledujúcej schémy:



Ako už bolo spomenuté, základný symbol určuje obvykle druh poistky. Napr. symbol E znamená poistenie pre prípad dožitia, A poistenie pre prípad úmrtia a pod. Symboly môžu byť niekedy doplnené akcentom, napr. \ddot{a} pre vyznačenie predlehotnosti. V prípade, že je základný symbol zložený z dvoch písmen, obvykle sa zobrazujú v zátvorkách. Jednotlivé pozície indexov sa potom využívajú takto:

- Na pozícii indexu I sa vyznačuje odklad resp. poistná doba. Napr. ${}_nE_x$ označuje poistnie na dožitie konca poistnej doby n rokov pre poisteného so vstupným vekom x .
- Na pozícii indexu II sa vyznačujú tzv. pomocné symboly pre rôzne dopĺňujúce údaje. Napr. 2A_x znamená, že pri výpočte sa používa diskontný faktor v^2 namiesto v .¹
- Na pozícii indexu III sa vyznačuje vstupný vek a poistná doba. Napr. $A_{x:\overline{n}}^1$ označuje dočasné poistnie na úmrtie pre poisteného so vstupným vekom x a dobou posietenia n rokov.
- Na pozícii indexu IV sa vyznačuje področnosť a iné špecifikácie. Napr. $a_x^{(m)}$ označuje poistenie doživotného dôchodoku vyplácaného m -krát ročne. Ako obvykle x predstavuje vstupný vek poisteného.

Pre označenie vybraných aktuárskych veličín používame rozšírené symboly, ktoré sú kombináciou písmen P pre bežne platené poistné, V pre poistnú rezervu, O pre odbytné a podobne. Do zátvoriek sa potom uvádza symbol pre druh poistky, ku ktorému sa hodnota vzťahuje. Celková štruktúra potom vyzerá takto:

¹Diskontný faktor zodpovedajúci úrokovej miere i je $v = \frac{1}{1+i}$. Hodnota v^2 sa potom využíva pri výpočte rozptylu ako charakteristiky rizika poistky.

$$\begin{array}{c} \boxed{II} \\ \boxed{I} \end{array} \boxed{P} \boxed{IV} \left(\boxed{\text{Symbol}} \boxed{III} \right)$$

Význam jednotlivých pozícií je rovnaký ako v predchádzajúcom prípade. Napr. ${}_kP(A_{x:\overline{n}|})$ označuje bežne platené poistné za poistenie na úmrtie s poistnou dobou n rokov, vstupným vekom poisteného x a platené počas k rokov.²

Oproti bežnej matematickej sadzbe je potrebné na niekoľko odlišností, ktoré sa vyskytujú pri sadzbe aktuárskych symbolov. najmarkantnejšie zhrnieme do troch bodov:

- Pri sadzbe dvojpísmenných symbolov (DA) sú písmená v matematickom režime príliš vzdialené. V aktuárskej symbolike sú priblížené do podoby (DA) .
- Pre vyznačenie doby poistenie sa používa špecifická „strieška“ $a_{\overline{n}|}$, ktorá v \LaTeX -u nie je bežne dostupná.
- Všetky pozície v symboloch sú indexy, teda horné indexy nie sú exponenty. Niekedy je potrebné ich posúvať. Napr. symbol ${}_nE_x$ má alternatívny zápis $A_{x:\overline{n}|}^{\frac{1}{}}$ (na rozdiel od $A_{x:\overline{n}|}^1$).

Tieto odlišnosti je možné pri sadzbe riešiť rôznymi trikmi, napr. vytvárať predné indexy $\{\}_tA_x$ pre ${}_tA_x$, vzdialenosti „doladovať“ úpravou kerningu písma a pod. je však pohodlnejšie využiť možnosti baôička `actuarialsymbol`, ktorý prináša hotové riešenia úre všetky situácie.

2. Balíček `actuarialsymbol`

2.1. Inštalácia balíčka

Balíček `actuarialsymbol` je súčasťou štandardnej inštalácie \TeX -live až od roku 2019. V starších verziách je preto potrebné z archívu CTAN alebo z adresy <https://github.com/vigou3/actuarialsymbol> stiahnuť inštaláčne súbory `actuarialsymbol.dtx` a `mosaic.jpg`.³ Súbor `actuarialsymbol.dtx` je potrebné skompilovať príkazom

```
pdflatex actuarialsymbol.dtx
```

Ako výsledok kompilácie získame súbor `actuarialsymbol.sty`, ktorý už len skopírujeme do adresára, kde ho \TeX dokáže nájsť.

2.2. Použitie balíčka `actuarialsymbol`

Tak ako pri všetkých balíčkoch, pre sprístupnenie príkazov definovaných v balíčku `actuarialsymbol` je potrebné tento balíček načítať. To vykonáme štandardným postupom, teda príkazom

²Zrejme je $k < n$.

³Obrázok `mosaic.jpg` je potrebný len ako súčasť dokumentácie.

```
\usepackage{actuarialsymbol}
```

v preambule dokumentu.

Základom pre použitie aktuárskych symbolov sa v balíčku definuje príkaz `\actsymb`. Jeho úplná syntax má tvar:

```
\actsymb[ld][lh]{symbol}{pd}[ph]
```

Ako vidíme, príkaz má dva povinné argumenty, ktorými sú samotný `symbol` a pravý dolný index `pd`. Ostatné argumenty sú voliteľné a zodpovedajú indexom, konkrétne `ld` je ľavý dolný, `lh` ľavý horný a `ph` pravý horný index. Aj keď aktuárska symbolika má svoje špecifiká, príkaz zapisujeme do matematického režimu sadzby. Použitie príkazu ilustruje nasledujúca krátka ukážka:

Zdrojový kód	Výsledok
<code>\actsymb{A}{x}</code>	A_x
<code>\actsymb[n]{A}{x}</code>	${}_n A_x$
<code>\actsymb[n][2]{A}{x}</code>	${}_n^2 A_x$
<code>\actsymb[n][2]{A}{x}[(m)]</code>	${}_n^2 A_x^{(m)}$

Porovnajme teraz jednodtlivé výstupy, pri bežnej matematickej sadzbe a použití balíčka `actuarialsymbol`. Pri sadzbe horných a dolných indexov prispôsobuje \TeX ich vzájomnú polohu. Výsledok matematickej sadzby a aktuárskeho balíčka je v tomto prípade rovnaký, čo si môžeme všimnúť na ukážkach.

Zdrojový kód	Výsledok
<code>A_x \quad A_x^2</code>	$A_x \quad A_x^2$
<code>\actsymb{A}{x} \quad \actsymb{A}{x}[2]</code>	$A_x \quad A_x^2$

Ak však dôjde na použitie predného indexu, je potrebné zaistiť horizontálne vyrovnanie pozícií indexov. Výsledok môžeme opäť porovnať na výstupoch v ukážke:

Zdrojový kód	Výsledok
<code>{}_t A_x \quad {}_t A_x^2</code>	${}_t A_x \quad {}_t A_x^2$
<code>\actsymb[t]{A}{x} \quad \actsymb[t]{A}{x}[2]</code>	${}_t A_x \quad {}_t A_x^2$

Pre príkaz `\actsymb` existuje aj rozšírená syntax v podobe:

```
\actsymb[ld][lh][typ]{Symbol}{pd}[ph]
```

Pri porovnaní so základným tvarom syntaxe vidíme, že pribudla položka `typ`. Tu môžu figurovať rôzne písmená, ako napr.

- `P` je bežne platené poistné,
- `V` je poistná rezerva,
- `O` nárok na odbytné a pod.

Použitie rozšírenej symboliky si opäť ilustrujeme na niekoľkých ukážkach.

Bežne platené poistné, poistenie na úmrtie
vstupný vek x , doba poistenia n rokov

`\actsymb [] [] [P]{A}{x:\angln}` $P(A_{x:\overline{n}})$

poistná rezerva v k -tom roku poistenia dočasného dôchodku,
vstupný vek x , doba poistenia n rokov

`\actsymb [k] [] [V]{\ddot{a}}{x:\angln} []` ${}_kV(\ddot{a}_{x:\overline{n}})$

Nárok na odbytné v k -tom roku poistenia,
poistenie dočasného dôchodku, vstupný vek x ,
doba poistenia n rokov, bežne platené poistné m -krát ročne

`\actsymb [k] [] [O]{\actsymb [] [] [P]{A}{x:\angln} [(m)]}{x:\angln} []`
 ${}_kO(P^{(m)}(A_{x:\overline{n}}))$

2.3. Dvojpísmenné symboly

Ako už bolo spomenuté v úvodných paragrafoch, niektoré základné aktuárske symboly sa skladajú z dvoch písmen. Pre vkládanie takýchto dvojpísmenných symbolov využívame príkaz `\twoletsymb`. Jeho úplná syntax má tvar:

`\twoletsymb [d] {symbol_1}{symbol_2}`

Kým význam povinných argumentov je zrejmy zkontextu, voliteľný údaj d určuje dĺžku, o ktorú sa zmenší kerningu písmen. Požitie ilustruje niekoľko jednoduchých ukážok.

`\twoletsymb{I}{\ddot{a}}` $(I\ddot{a})$
`\twoletsymb [0.8pt]{I}{\ddot{a}}` $(I\ddot{a})$
`\twoletsymb [2pt]{I}{\ddot{a}}` $(I\ddot{a})$

Pri použití tohto príkazu sa predpokladá, že tento príkaz sa nebude zapisovať priamo v jednotlivých rovniciach, ale na definovanie vlastných symbolov. Napríklad pre označenie rastúcej poistnej sumy dejujeme vlastný príkaz `\myIA` takto:

`\newcommand{\myIA}{\ensuremath{\twoletsymb [2pt]{I}{A}}}`

Pri vlastnej sadzbe potom použijeme dvojpísmenný symbol `\myIA` s výsledkom: (IA) . Podobne pri použití vo vzorci `\actsymb [] [] [P]{\myIA}{x:\angln}` získame výsledok v tvare:

$$P((IA)_{x:\overline{n}})$$

2.4. Presuny pozícií indexov

Pri aktuárskych symboloch je niekedy potrebné manipulovať s polohou indexov, ktoré, ako už bolo povedané, nehrajú úlohu exponentov ale ich polohou sa mení význam poistenia. Všeobecný príkaz pre posun horných indexov je `\nthtop` resp. dolných indexov `\nthbottom`. Ich úplná syntax má podobu

```
\nthtop[d]{cislo}{poloha}
\nthbottom[d]{cislo}{poloha}
```

Kým význam povinných argumentov je zrejmý, nepovinný argument `d` upravuje implicitnú zvislú medzeru pre daný znak. Použitie a výsledky pôsobenia oboch príkazov ilustrujú ukážky.

Zdrojový kód	Výsledok
<code>\actsymb{A}{\nthtop{1}{x}:\angln}</code>	$A_{x:\overline{n} }^1$
<code>\actsymb{A}{x:\nthtop{1}{\angln}}</code>	$A_{x:\overline{n} }^{\frac{1}{}}$
<code>\actsymb{A}{\nthtop{1}{x}y:\nthtop{2}{\angln}}</code>	$A_{xy:\overline{n} }^{\frac{2}{}}$
<code>\actsymb{A}{\nthbottom{1}{x}:\angln}</code>	$A_{x:\overline{n} }$
<code>\actsymb{A}{x:\nthbottom{1}{\angln}}</code>	$A_{x:\overline{n} }^1$

3. Záver

V príspevku sme ukázali odlišnosti aktuárskej symboliky od bežnej matematickej sadzby. Pri riešení týchto detailov môžeme postupovať buď tvorbou vlastných makier pre riešenie potrebných situácií alebo použiť rozširujúci balíček, čo je bezpochyby pohodlnejší a rýchlejší postup. Vysvetlili sme a na viacerých ukážkach ilustrovali, ako používať balíček `actuarialsymbol`. V balíčku sú definované tri príkazy, ktoré umožňujú jednoducho docieľiť požadovaný výsledok.

Podakovanie. Tento príspevok vznikol s príspevom grantu KEGA-041ŽU-4/2017 podporovaného Slovenskou kultúrno-edukačnou grantovou agentúrou.

Literatúra

- [1] BOWERS, N.L., GERBER, H.U., HICKMAN, J. C., JONES, D. A., and NESBITT C. J.: *Actuarial Mathematics*. Society of Actuaries, Schaumburg, IL, second edition, 1997, ISBN 978-093895-946-5
- [2] CIPRA, J.: *Pojistná matematika v praxi*. Edice HZ, Praha, 1994, ISBN 80-9014-951-0
- [3] KOPKA, H. – DALY, P. W.: *L^AT_EX – Podrobný průvodce*, Brno, Computer Press, 2004, ISBN 80-722-6973-9.
- [4] RYBIČKA, J.: *L^AT_EX pro začátečníky*, Brno, KONVOJ 2003, ISBN 80-7302-049-1.
- [5] http://www.actuaries.org/iaa/IAA/About_the_IAA/About_Actuaries/About%20Actuaries.aspx

Kontaktná adresa

RNDr. Aleš Kozubík, PhD., Katedra matematických metód, Fakulta riadenia a informatiky, Žilinská univerzita, Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina, Slovenská Republika,
E-mailová adresa: alesko@frcatel.fri.uniza.sk